

文章编号: 1000-8055(2008)12-2224-09

不可压缩平板边界层转捩中突变过程的数值模拟

唐洪涛^{1,2}, 宋云雪³

(1. 天津科技大学 机械工程学院, 天津 300222;
2. 天津大学 力学系, 天津 300072; 3. 中国民航大学 科研处, 天津 300300)

摘 要: 采用时间模式对不可压平板边界层从层流到湍流的转捩过程进行了直接数值模拟. 分析结果表明: 在层流-湍流转捩的突变过程开始之前, 已经产生非线性作用; 二维波与三维波的幅值实际增长率也偏离线性状态, 而且在二者之间存在能量转移的迹象. 在突变过程中, 速度变形率对总应力的影响较大, 在转捩结束后雷诺应力对总应力的影响比较显著. 研究表明: 正是由于大量谐波被快速激发并增大, 导致了雷诺应力及其法向梯度也快速增大. 这使得平均流剖面快速被修正, 流动快速转为湍流.

关 键 词: 突变过程; 转捩; 平板边界层; 湍流; 雷诺应力

中图分类号: O368

文献标识码: A

Numerical simulation of the breakdown process in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate

TANG Hong-tao^{1,2}, SONG Yun-xue³

(1. School of Mechanical Engineering,
Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China;
2. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
3. Science and Technology Division,
Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Temporal mode was used to simulate numerically the breakdown process of laminar-turbulent transition and the fully developed turbulence in an incompressible boundary layer on a flat plate. The analysis of results showed that, before the breakdown process of laminar-turbulent transition, the growth rate of amplitudes of a two-dimensional and two oblique Tollmien-Schlichting waves has already deviated from the linear growth rate due to non-linear interaction, and energy transfer existed between different wave modes. During the breakdown process, the rate of strain had great effect on the general stress, and the Reynolds stress has remarkable effect on the general stress after transition. The conclusion indicates that many more harmonics will be quickly excited, and their amplitudes will also increase quickly, the direct consequence is that the Reynolds stress and its corresponding normal-wise gradient increase greatly, which in turn further modifies the mean flow profile in a much faster pace, leading to the breakdown of the laminar flow with a catastrophic nature.

收稿日期: 2007-11-17; 修订日期: 2008-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(90205021); 天津科技大学引进人才科研启动基金(20070426)

作者简介: 唐洪涛(1968-), 男, 黑龙江海林人, 机械工程师, 博士, 主要从事流动稳定性及高效节能装备的研究.

E-mail: tansiqi@sina.com

Key words: breakdown process; transition; boundary layer on a flat plate; turbulence; Reynolds stress

层流-湍流的转捩是一个古老但依然没有解决的问题^[1-2]. 关于转捩传统的看法是:转捩开始于扰动幅值的放大,随着扰动幅值的增长,非线性作用将催生越来越多的高次谐波,使流动变得越来越复杂,最终变成湍流. 因此,转捩到湍流最终是非线性现象,可以看出用线性理论描述这一现象的局限性. 因此,很明显为了完全理解转捩到湍流就必须研究非线性 Navier-Stokes 方程的解的行为.

20 世纪 80 年代 Orszag^[3] 第一个完成了转捩的时间模式的直接数值模拟. Fasel^[4] 则首次完成了空间模式转捩的直接数值模拟. Keleiser^[5] 对早期的转捩的直接数值模拟工作做了详细的评述. Laurien^[6] 的研究表明:转捩过程的最初三维阶段与二次失稳的理论相吻合,但在后来的阶段里必然产生更复杂的非线性作用. Schmid^[7] 通过分析傅立叶谐波之间的能量流动证明:就为扰动的增长提供能量而言线性机制的确在转捩发生时发挥主要作用. Reddy^[8] 认为在 Poiseuille 流中的转捩也要经历经典的转捩现象,即第一次 (T-S 波) 失稳和二次失稳. Rist^[9] 用空间模式模拟了转捩过程,其结果与 Williams^[10] 在实验中观察到的现象惊人的一致. Borodulin^[11] 同时进行了相近条件下的实验与直接数值模拟,详细比较了从层流到湍流的转捩的“突变”过程中的主要物理现象,两种方式取得了完全一致的结果. 罗纪生、王新军等人^[12] 采用时间模式对不可压槽道流从层流到湍流转捩的“突变”过程进行了直接数值模拟,发现平均流剖面稳定性特性的改变在“突变”过程中起到了关键性的作用. 在这之后,笔者对不可压平板边界层湍流进行了直接数值模拟,发现了类似的机理. 同时还发现,如初始扰动在展向不是反对称的,则展向平均流不为零,这对稳定性有很大的影响,并表明数值模拟得到的湍流不是完全随机的^[13].

对可压缩流体的转捩问题, Dinavahi^[14] 采用时间模式对来流马赫数为 4.5 的圆锥边界层转捩和湍流问题进行了直接数值模拟,发现转捩时的扰动动能比湍流的要大,在转捩将要完成的阶段,大部分边界层内的湍流马赫数保持在 0.4 左右,比转捩过程中的湍流马赫数要小,而密度的波动在转捩过程中一直在增长,并且在壁面附近一直

存在较大的密度波动. 黄章峰等人^[15] 采用时间模式对来流马赫数为 4.5 的超声速平板边界层转捩过程做了直接数值模拟. 对结果进行的分析也发现了与王新军及笔者的研究结果类似的机理. 黄章峰等人的进一步研究表明:虽然在层流下第二模态 T-S 波更不稳定,但在层流突变为湍流的过程中,第一模态不稳定波起了决定性作用. 这就自然地使我们考虑到:转捩的突变过程中各种物理量的变化应该有一定的规律性.

在实用方面, Saric^[16] 的研究结果表明,如果大型运输机的机翼的大部分能够保持层流状态,则可以节省 25 % 的燃料. Thibert^[17] 指出,摩擦阻力一般占亚声速运输机总阻力的 50 %,而层流的阻力比湍流的阻力要小 90 %. 因此,研究层流到湍流的转捩有重要的应用背景. 对航空航天、船舶、车辆等的设计来说,深入理解转捩机理和控制边界层的转捩过程是准确计算空气动力及热传导的前提^[18].

本文的研究是在文献[13]的基础上进行的对从层流到湍流转捩过程的机理进行更加深入的研究. 该研究包含三个方面:在“突变”开始之前, T-S 波幅值增长率的发展趋势;二维波与三维波之间能量的转移现象;在“突变”过程中,速度变形率和雷诺应力对总应力的贡献的比较.

1 数值模拟的方法

1.1 计算方法

对不可压平板边界层流动来说,直角坐标系下的无量纲扰动方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) u_i - q_i \end{cases} \quad (1)$$

其中 $i, j = 1, 2, 3$, t 为时间; u_i 为扰动速度,其分量为 u, v, w ; U_i 为基本流速度,其分量为 U, V, W ; x_i 表示坐标,其分量为 x, y, z , 其中 x 为流向, y 为法向, z 为展向. $\Pi = p + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$, p 为扰动压力, $q_i = 2u_j \omega_j$, $\omega_j = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$,

雷诺数定义为 $Re = U_{\infty} \delta^* / \gamma$, 这里取雷诺数为 2000. 其中 δ^* 为位移排移厚度, γ 为运动粘性系数.

本文采用的基本流是 Blasius 解, 并采用平行流假设, 所以, $U = U(y)$; $V = 0$; $W = 0$. 在计算域的展向和流向都采用周期性边界条件, 即设扰动在流向及展向都是周期性的, 因而数值方法可采用伪谱方法. 将任一变量 q 表达为

$$q(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{M/2-1} \sum_{n=1}^{N/2-1} \hat{q}_{mn}(y, t) e^{a_m x + \beta_n z} \quad (2)$$

其中 $a_m = m\alpha_0 = m\frac{2\pi}{L_x}$, $\beta_n = n\beta_0 = n\frac{2\pi}{L_z}$, $m = 1 - M/2, \dots, 0, \dots, M/2 - 1$; $n = 1 - N/2, \dots, 0, \dots, N/2 - 1$; L_x, L_z 分别为 x 和 z 方向计算域长度. $\hat{q}_{mn}$ 表示函数在谱空间的分量, 代入(1)式后, 得到 x 和 z 方向离散后的谱空间方程. 对该方程进行时间离散, 线性部分中函数对时间的导数的差分格式为

$$\left(\frac{d\hat{q}}{dt}\right)^{n+1} = \gamma_0 \hat{q}^{n+1} - c_0 \hat{q}^n - c_1 \hat{q}^{n-1} - c_2 \hat{q}^{n-2} + \mathcal{O}(\Delta t)^3 \quad (3)$$

非线性部分中函数的差分格式为

$$\hat{q}^{n+1} = d_0 \hat{q}^n + d_1 \hat{q}^{n-1} + d_2 \hat{q}^{n-2} + \mathcal{O}(\Delta t)^3 \quad (4)$$

将差分格式(3)和(4)代入离散后的谱空间方程得

$$\begin{cases} i\alpha_m u_{mn}^{n+1} + \frac{d}{dy} v_{mn}^{n+1} + i\beta_n w_{mn}^{n+1} = 0 \\ \gamma_0 u_{mn}^{n+1} + U i\alpha_m u_{mn}^{n+1} + U \frac{d}{dy} v_{mn}^{n+1} = -i\alpha_m p_{mn}^{n+1} + \frac{1}{Re} \cdot \left[\left(\frac{d^2}{dy^2} - \alpha_m^2 - \beta_n^2 \right) u_{mn}^{n+1} + \sum_j^{J_e} (c_j u_{mn}^{n-j} - d_j q_{1mn}^{n-j}) \right] \\ \gamma_0 v_{mn}^{n+1} + U i\alpha_m v_{mn}^{n+1} = -\frac{d}{dy} p_{mn}^{n+1} + \frac{1}{Re} \cdot \left[\left(\frac{d^2}{dy^2} - \alpha_m^2 - \beta_n^2 \right) v_{mn}^{n+1} + \sum_j^{J_e} (c_j v_{mn}^{n-j} - d_j q_{2mn}^{n-j}) \right] \\ \gamma_0 w_{mn}^{n+1} + U i\alpha_m w_{mn}^{n+1} = -i\beta_n p_{mn}^{n+1} + \frac{1}{Re} \cdot \left[\left(\frac{d^2}{dy^2} - \alpha_m^2 - \beta_n^2 \right) w_{mn}^{n+1} + \sum_j^{J_e} (c_j w_{mn}^{n-j} - d_j q_{3mn}^{n-j}) \right] \end{cases} \quad (5)$$

因为方程(2), (3), (4)的右侧第三项是前三个时间步的已知值, 所以该方程就只含有 $n+1$ 时间步的 u, v, w, p 四个未知量了. 差分格式的系数详见表 1.

表 1 方程(5)的系数

Table 1 Coefficients in equations (5)

系数	1 阶精度	2 阶精度	3 阶精度
γ_0	$1/\Delta t$	$3/(2\Delta t)$	$11/(6\Delta t)$
c_0	$-1/\Delta t$	$-2/\Delta t$	$3/\Delta t$
c_1	0	$1/(2\Delta t)$	$-3/(2\Delta t)$
c_2	0	0	$1/(3\Delta t)$
d_0	1	2	3
d_1	0	-1	-3
d_2	0	0	1
J_e	0	1	2

对时间离散后的方程(5)在 y 方向采用 Marlik 建议的两点 4 阶精度的紧致差分格式为

$$\begin{aligned} \phi_{j+1} - \phi_j &= \frac{\Delta y}{2} \left[\left(\frac{d\phi}{dy} \right)_{j+1} + \left(\frac{d\phi}{dy} \right)_j \right] - \\ &\frac{(\Delta y)^2}{12} \cdot \left[\left(\frac{d^2\phi}{dy^2} \right)_{j+1} - \left(\frac{d^2\phi}{dy^2} \right)_j \right] + \mathcal{O}(\Delta y)^5 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\phi_{mn}^{n+1} = (\xi_{mn}^{n+1}, v_{mn}^{n+1}, f_{mn}^{n+1}, p_{mn}^{n+1})^T$ 这里 $\xi_{mn}^{n+1} = i\alpha_m u_{mn}^{n+1} + i\beta_n w_{mn}^{n+1}$, $f_{mn}^{n+1} = \frac{\partial}{\partial y} \xi_{mn}^{n+1}$.

开始计算时, 不能立即用上述的 3 阶精度的格式, 因为它需要预知前三个时刻的解. 因此要用低阶精度的格式起动. 为保证精度, 其时间步长应相应地减小.

如图 1, x, y, z 方向(展向 z 的方向垂直纸面向里)的有效计算域以起始时的边界层排移厚度 δ^* 为特征长度无量纲化时分别为: $[0, 20\pi]$, $[0, 40]$, $[0, 20\pi]$, 对应的计算网格点数为: $129 \times 201 \times 129$. 其中在 x 和 z 方向为均匀网格, 在 y 向为变网格与等间距网格对接的双网格结构, 其中

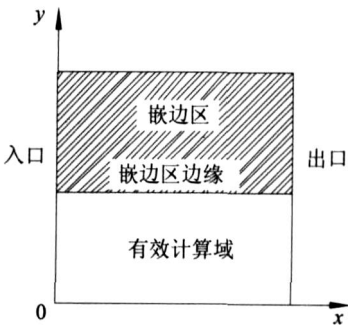


图 1 计算域示意图

Fig. 1 Sketch of computational domain

变间距网格的变换公式为

$$\begin{cases} x(i) = 1 - y_n \cdot \frac{i}{n_0 \cdot (y_n + B_0)} \\ y(i) = B_0 \cdot \left(\frac{1}{x(i)} - 1 \right) \end{cases} \quad (7)$$

这里, $i = 0, 1, 2, \cdots, n_0$, $n_0 = 113$, $B_0 \approx 3.0$, 变网格与等间距网格在结合点处的 y 值为 $y_n = 15$. 等间距网格点数为 88 个点. 在 x, z 方向采用周期性的边界条件; 平板上为无滑移边界条件; y 方向在上边界处的边界条件为扰动速度为零.

1.2 嵌边区的加入

为了使计算导致的误差在上边界能顺利传出而不反射回来, 需在原先的计算域上侧增加一缓冲区, 如图 1 阴影部分所示. 在该区内对方程 (1) 的第二式右侧增加一特殊的源项 $H_i = -\lambda(y) u_i$, 而 $\lambda(y)$ 为所谓的嵌边函数. 经过修正后的 N-S 方程可以表示为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \\ & - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) u_i - q_i - \lambda(y) u_i \end{aligned} \quad (8)$$

图 2 给出了 $\lambda(y)$ 的形状, 其解析表达式为

$$\lambda(y) = \lambda_{\max} \left[S \left(\frac{y - y_{\text{start}}}{\Delta_{\text{rise}}}, 1 \right) - S \left(\frac{y - y_{\text{end}}}{\Delta_{\text{fall}}} + 1, -1 \right) \right] \quad (9)$$

式中形函数 $S(a, b)$ 为

$$S(a, b) = \begin{cases} 0 & a \leq 0 \\ \frac{1}{2} \left[\tanh \left(7a - \frac{7+b}{2} \right) + 1 \right] & 0 < a < 1 \\ 1 & a \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

本文中取 $\Delta_{\text{rise}} = 3 \frac{L_f}{8}$, $\Delta_{\text{fall}} = 0$, 其中 L_f 为嵌边区的总长度. $\lambda_{\max}$ 由衰减因子决定, 根据 Lundbladh 等人^[19]所提供的粗略估测结果, 在要求扰动经过嵌边区后的衰减因子约为 10^6 时, 取 $\lambda_{\max} = 1.5$.

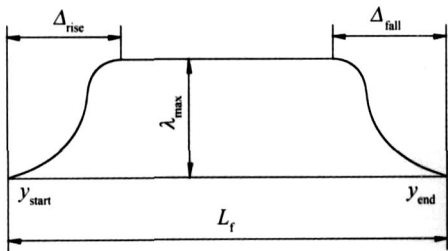


图 2 嵌边函数 $\lambda(y)$ 的典型形状

Fig. 2 Typical sketch of fringe function

1.3 参数的选取

计算起始于层流, 然后引入扰动. 扰动形式如下:

$$\sum_{j=1}^3 A_j u_j(y) e^{i(\alpha_j x + \beta_j z)} \quad (12)$$

α_j 与 β_j ($j = 1, 2, 3$) 分别是 x 和 z 向的波数. u_j 是解层流剖面的 Orr-Sommerfeld 方程特征值问题所得到的特征速度矢量, u_j 的归一化条件为 $\max |u_1| = 1$, u_1 是扰动的流向速度分量, A_j 是扰动幅值.

本文共考察了 6 种情况, 具体参数如表 2.

表 2 初始扰动参数

Table 2 Parameters of initial disturbances

Case 1				
j	a	α	β	ω
1	0.01	(0.2, 0)	(0.0, 0)	(0.060639, 0.003867)
2	0.01	(0.2, 0)	(0.2, 0)	(0.068382, 0.002360)
3	0.01	(0.4, 0)	(0.1, 0)	(0.132226, -0.018957)
Case 2				
1	0.005	(0.2, 0)	(0.0, 0)	(0.060639, 0.003867)
2	0.005	(0.2, 0)	(0.2, 0)	(0.068382, 0.002360)
3	0.005	(0.4, 0)	(0.1, 0)	(0.132226, -0.018957)
Case 3				
1	0.005	(0.3, 0)	(0.0, 0)	(0.099005, 0.001442)
2	0.005	(0.2, 0)	(0.2, 0)	(0.068382, 0.002360)
3	0.005	(0.4, 0)	(0.1, 0)	(0.132226, -0.018957)
Case 4				
1	0.01	(0.2, 0)	(0.0, 0)	(0.060639, 0.003867)
2	0.01	(0.3, 0)	(0.2, 0)	(0.104242, -0.003741)
3	0.01	(0.4, 0)	(0.1, 0)	(0.132226, -0.018957)
Case 5				
1	0.01	(0.2, 0)	(0.0, 0)	(0.060639, 0.003867)
2	0.01	(0.2, 0)	(0.3, 0)	(0.073587, -0.000666)
3	0.01	(0.4, 0)	(0.6, 0)	(0.121454, -0.029957)
Case 6				
1	0.005	(0.2, 0)	(0.0, 0)	(0.060639, 0.003867)
2	0.005	(0.2, 0)	(0.3, 0)	(0.073587, -0.000666)
3	0.005	(0.4, 0)	(0.6, 0)	(0.121454, -0.029957)

注: 这里的 a 表示波的幅值, ω 表示频率.

计算结果表明这 6 种情况在突变过程中的特征是相同的,因此,下面的讨论中仅给出了第一种情况的详细数据,其它几种情况在文中并未列出,但笔者已经做了计算,它们只起到辅助对比和验证结论的正确性的作用。

表 2 中所列的前 2 种情况中所加的前两个波都是不稳定的波,而且这两种情况除了扰动的幅值不同以外其它各方面均相同,它们的幅值及特征值见表 2,其中 ω 和 ω_i 分别是频率的实部和虚部,正的虚部对应于增长的 T-S 波.由于本文的计算采用的是时间模式,所以波数均为实数.表 2 中所列的前 4 种情况与计算域在 x, z 方向的长度对应的基本波数为: $\alpha_0 = 0.1, \beta_0 = 0.1$; 后 2 种情况对应的基本波波数为: $\alpha_0 = 0.2, \beta_0 = 0.3$. 因此,第 1 种情况所加的 3 个 T-S 波分别表示为: $(2\alpha_0, 0\beta_0), (2\alpha_0, 2\beta_0), (4\alpha_0, 1\beta_0)$. 这 6 种情况的法向有效计算域均为 40,而嵌边区的总长度都取过 $L_f = 40, 50, 60, 80$ 等进行计算,计算到 $t \geq 2000$ 时的完全湍流状态,计算结果基本上并不因法向计算域的改变而变化很大,不过这一结论的前提是所加的 T-S 波在法向应充分衰减到 0,而且嵌边区的总长度也应足够长,否则,计算导致的误差在上边界不能顺利传出而反射回来。

2 结果分析与讨论

2.1 扰动的实际幅值增长率与线性理论比较

图 3 中给出了情况 1 平均摩擦系数 G 随时间的演化过程.摩擦系数定义

$$G = \tau_w / \left(\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 \right) \tag{13}$$

其中 $\tau_w = \overline{\mu_w \frac{\partial u}{\partial y}} \Big|_w$, u, v, w 为扰动速度,上面的横杠表示取平均。

从图 3 可以看出平均摩擦系数曲线约从 $t = 180$ 时就开始快速增长,即转捩大体发生在 $t = 180$ 时刻,在 $t = 300$ 左右达到峰值,之后相对缓慢地回落.图 4 是扰动速度 u 的线性理论增长曲线与实际增长曲线的对比图,图中实线对应于数值模拟所得的实际值,虚线对应于线性理论值.纵坐标为 T-S 波的幅值.图 4(a) 是对应于波数为 $(2\alpha_0, 0\beta_0)$ 的波的情况,从图中可以看出,开始阶段,该二维波的增长规律与线性理论增长规律是符合的.但 $t = 100$ 时二维波的幅值实际增长率开始偏离线性状态.在 $t = 180$ 的“突变”开始时,它仍没有超过 1.5 %。图 4(b) 是对应于波数为 $(2\alpha_0,$

$2\beta_0)$ 的波的情况,可以看出这个三维波的幅值的实际增长率几乎一开始就偏离线性理论.而在它开始快速增长时,前述的波反而开始下降.这是能量在二者之间转移的一种迹象。

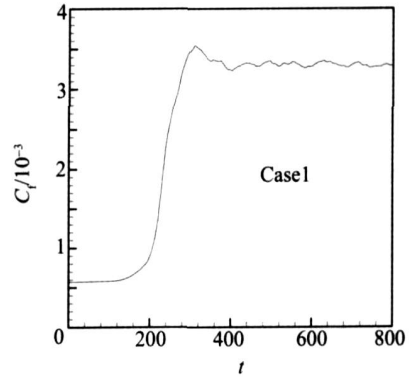


图 3 第 1 种情况的 G 随时间演化

Fig. 3 Time history of skin-friction coefficient G for the first

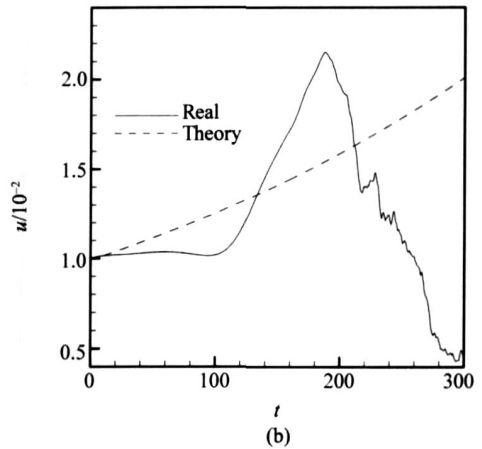
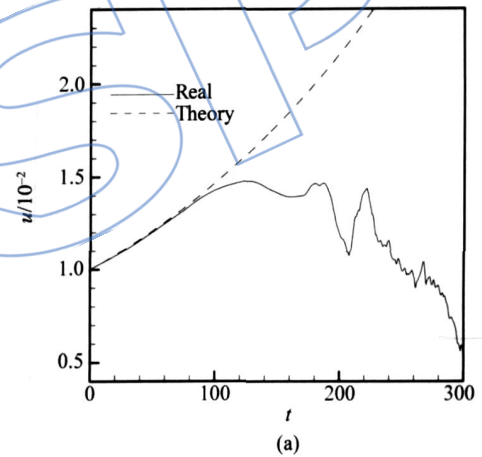


图 4 速度 u 的线性理论增长率与实际增长率的对比

Fig. 4 Comparison of time history of amplitudes for velocity u between real growth rate curves and linear theory curve

2.2 TS 波的最大幅值

图 5 显示了第 1 种情况转捩前后所有波的速

度 u 的最大幅值情况. 从图 5(a) 可以看出速度 u 的最大幅值大约为 0.015, 这个值基本上还保持为二维波增长到该时刻的值, 而且在谱空间的位置也极为接近 $(2\alpha_0, 0\beta_0)$ 的位置, 这说明此时为二维波起主导作用. 图 5(b) 显示的是三维波达到峰值时刻的速度 u 的最大幅值, 图中显示增长较快的波的峰值为 0.04 左右, 该值大于波数为 $(2\alpha_0, 2\beta_0)$ 波的最大幅值 0.0215. 图 5(c) 显示的是转捩时刻的速度 u 的最大幅值, 此时的最大幅值约为 0.4. 可见, 该值比 $t = 180$ 时刻的最大幅值增长了约 20 倍, 这一增长过程也伴随着边界层厚度的不断增长. 而它们之间的内在联系还有待进一步研究. 与图 5(c) 相比, 图 5(d) 的最大幅值仍保持约为 0.4, 但速度 u 的最大尖峰幅值所涉及的空间范围小, 也就是说流动变得相对“平缓”. 因此, 上述分析表明: 如果初始扰动还包括其它模态的波, 这些波虽然按线性理论增长是缓慢的, 但它们与最不稳定波之间由于非线性相互作用会导致新的快速增长效应并对转捩后期产生影响.

在传统的概念里, 转捩是在初始扰动的不断增长中开始的. 但实际情况是, 无论是笔者的计算结果还是罗纪生、王新军等人^[12]的计算结果都表明, 在“突变”开始时, 初始扰动的幅值一般都只是在 1.5%~2% 之间. 而且即使扰动幅值还很小, 只在 0.2% 的量级时, 它们的增长率就可能偏离线性理论值, 说明非线性作用起作用的时间比一般认为的要早. 图 5 显示的结果证明了上述结论的正确性. 其它两个速度分量 v 和 w 相对较小而且形式与 u 类似, 所以没有给出. 值得注意的是: 此处的所有波的速度 u 的最大幅值是指速度 u 在谱空间的 (α, β) 平面内任意一点在法向取的最大幅值; 而图 4 中的速度 u 的最大幅值仅指速度 u 在 (α, β) 平面内两固定的点, 如 $(2\alpha_0, 0\beta_0)$ 和 $(2\alpha_0, 2\beta_0)$, 在法向取的最大幅值. 这两种情况不应混淆, 否则容易误解.

2.3 速度变形率和雷诺应力

转捩过程中流场内相应的各种参数都将发生剧烈的变化, 下面给出“突变”开始前的一段时间内, 第 1 种情况的部分统计量或其它反映湍流特征的量的演化过程.

原则上讲, 湍流统计量需要进行长时间平均, 然而在层流到湍流转捩过程中, 很多重要的量如脉动速度等都在发生急剧的变化, 长时间平均的值则会失去本身的意义. 为了显示剪切雷诺应力等物理量在转捩过程中的变化, 本文对转捩过程

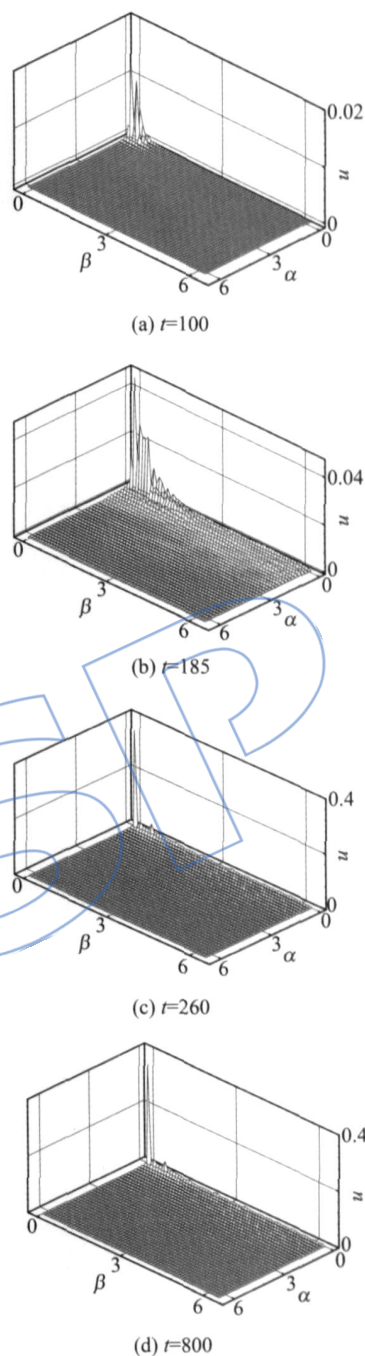


图 5 扰动的 u 分量在 α, β 平面内的傅立叶谱的最大值, 即 $\max |u(\alpha, y, \beta)|_y$

Fig. 5 Maximum absolute value of Fourier mode of disturbance velocity component u in α and β plane, $\max |u(\alpha, y, \beta)|_y$

中的这些量只做了空间 x, z 平面的平均. 这一做法基本上能够反映这些统计量的主要特征.

在转捩过程中, 由于壁面处速度梯度 du/dy 是变化的, 所以壁面摩擦速度也是变化的, 为反映当地情况, 以下曲线所使用的壁面摩擦速度都是与如图 3 所示曲线所对应的时刻的值. 图 6 给出了脉动速度均方根, 可以看出 u_{rms} , v_{rms} , w_{rms} 在 $t =$

180 时靠近壁面处的峰值比较小, $t = 230$ 时该峰值达到最大, 而该时刻恰好为中性曲线所包含的不稳定区最大的时刻, 这应该不是巧合. 脉动速度均方根在该时刻之后开始回落, 并沿法向扩张, 最后形成 $t = 3000$ 时的状态, 即壁面处的脉动速度均方根的峰值变化不大, 而在法向分布呈现比较平缓的状态. 另一方面, 可以看出从 $t = 800$ 时的曲线要演变成 $t = 3000$ 时的曲线形状要经历相当长的时间, 即要达到完全的湍流需经历一段漫长的时间过程.

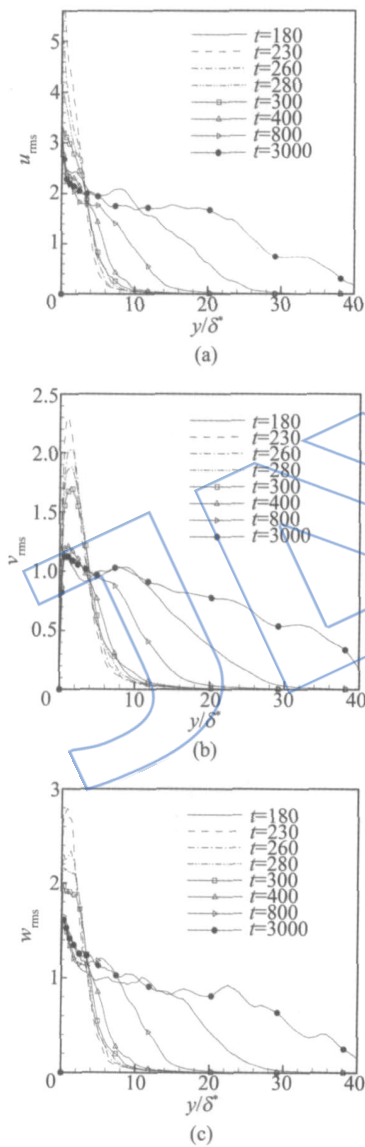


图 6 不同时刻的脉动速度均方根曲线
Fig. 6 Curves of root mean square of fluctuation velocity at different time

图 7 给出了雷诺应力和速度变形率随时间演化. 它们分别定义为

$$r_{xy} = -\overline{uv}; T_{xy} = (\partial \overline{U} / \partial y + \partial \overline{V} / \partial x) / Re \quad (14)$$

总应力定义为

$$T = (\partial \overline{U} / \partial y + \partial \overline{V} / \partial x) / Re - \overline{uv} \quad (15)$$

即总应力为雷诺应力与速度变形率之和.

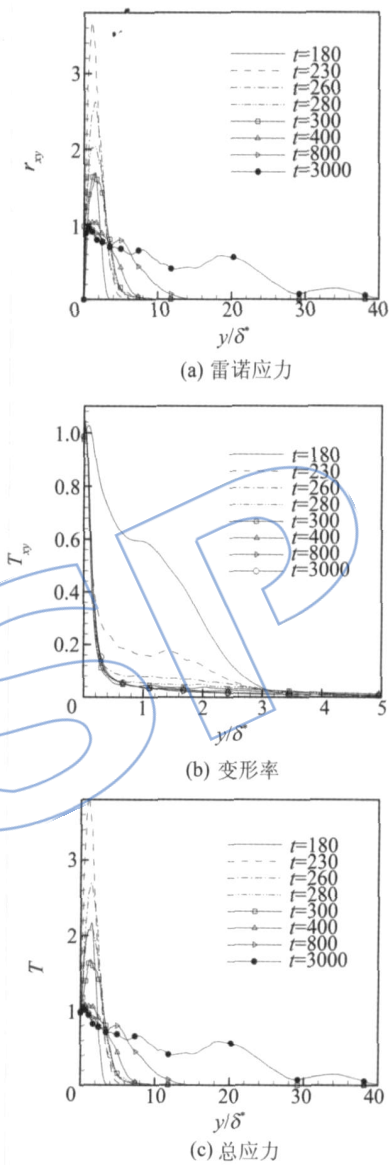


图 7 不同时刻的曲线
Fig. 7 Curves at different time

图 7 给出了转捩过程后期的应力分布, 图 7 (a) 表明雷诺应力的演化过程与脉动速度均方根的演化过程类似, 而列于图 7 (b) 中 (该图是沿法向放大的视图) 的变形率却不同, 即从 $t = 180 \sim 230$ 这段时间内速度变形率会快速地向壁面集中, 而在转捩结束后开始缓慢地变化; 从图 7 (c) 的总应力曲线可以看出, 在“突变”过程中速度变形率对总应力的贡献还较为明显, 而在转捩结束后雷诺应力却表现出对总应力的贡献比较显著. 另外, 从图 6 和图 7 可以看出脉动速度均方根及雷诺应力均在 $t = 230$ 时变化最为显著, 该时刻与文献[14]

所做的稳定性分析的结果是吻合的,说明在“突变”过程中它们与流动的稳定性的变化存在着内在的联系.图 8 给出的是在转捩过程中流向平均流速随时间的变化,对应的理论曲线是 Spalding 曲线,公式为

$$y^+ = u^+ + e^{-\kappa y^+} \left[e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (16)$$

式中 $\kappa = 0.40$, $B = 5.5$.

可以看出,在“突变”过程结束后流向平均流速曲线逐渐接近于 Spalding 曲线,并在 $t = 3000$ 时即与 Spalding 曲线吻合得很好.

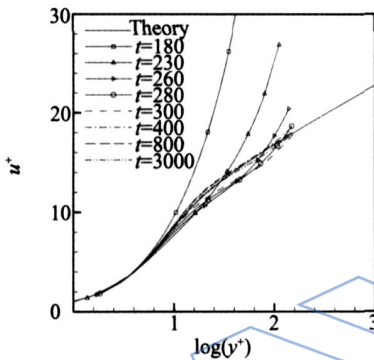


图 8 不同时刻的壁面率

Fig.8 Curves of the logarithmic law at different time

总之,在“突变”过程中剧烈的脉动充斥整个边界层,与脉动量有关的值相对来说都很大.但随着“突变”过程的结束,脉动逐渐减小,流动向湍流趋近,所有的曲线都逐渐趋近充分发展湍流时的平衡值.

3 结 论

就上述所研究的情况而言,我们将本文所研究的情况总结如下:

- 1) 在层流-湍流转捩的突变过程未开始之前,非线性作用就会较早地发挥作用.
- 2) 二维波与三维波的幅值实际增长率在“突变”未开始之前就过早地偏离线性状态;而且能量在二者之间存在转移的迹象.
- 3) 在“突变”过程中,速度变形率对总应力的贡献还较为明显,而在转捩结束后雷诺应力却表现出对总应力的贡献比较显著.其原因在于大量谐波的快速被激发并增大,导致了雷诺应力的快速增大,相应地其法向梯度也快速增大.这使得平均流剖面得以快速地被修正,流动得以快速地转

为湍流.

上述结论从一个侧面证明了文献[13]的结论的正确性,因此,本研究对深入地研究从层流到湍流的转捩过程具有重要的意义.

致谢:本文的研究工作是在导师周恒院士和罗纪生教授的精心指导、经常启发和鼓励下完成的,在此衷心感谢!

参考文献:

- [1] 张涵信,周恒. 流体力学的基础研究. 世界科技研究与发展[J]. 2001, 23(1):15-18.
ZHANG Hanxin, ZHOU Heng. On basic research of fluid mechanics[J]. World Sci-tech R & D, 2001, 23(1):15-18. (in Chinese)
- [2] 郑哲敏,周恒,张涵信. 21 世纪初的力学发展趋势[J]. 力学进展, 1995, 25(4):433-441.
ZHENG Zheming, ZHOU Heng, ZHANG Hanxin. Trends of development in mechanics in the early 21st century[J]. Advances in Mechanics, 1995, 25(4):433-441. (in China)
- [3] Orszag S A, Kells L C. Transition to turbulence in plane poiseuille and plane couette flow [J]. J. Fluid Mech, 1980, 96:159-205.
- [4] Fasel H, Konzelmann U. Non-parallel stability of a flat-plate boundary layer using the complete Navier-Stokes equation[J]. J. Fluid Mech, 1990, 221: 331-347.
- [5] Kleiser L, Zang T A. Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flows[J]. Annu. Rev. Fluid Mech, 1991, 23: 495-537.
- [6] Laurien E, Kleiser L. Numerical simulation of boundary-layer transition and transition control[J]. J. Fluid Mech. , 1989, 199:403-440.
- [7] Schmid P J, Henningson D S. A new mechanism for rapid transition involving a pair of oblique waves[J]. Phys. Fluids, 1992, 4:1986-89.
- [8] Reddy S C, Schmid P J, Baggett J S. On stability of streamwise streaks and transition thresholds in plane channel flows[J]. J. Fluid Mech. , 1998, 365: 269-303.
- [9] Rist U, Fasel H. Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer [J]. J. Fluid Mech. , 1995, 298:211-248.
- [10] Williams D R, Fasel H, Hama F R. Experimental determination of the three-dimensional vorticity field in the boundary layer transition process[J]. J. Fluid Mech. , 1984, 149:179-203.
- [11] Borodulin V L, Gaponenko V R, Kachanov Y S, et al. Late-stage transitional boundary layer structures direct numerical simulation and experiment [J]. Theoretical Computational Fluid Dynamics, 2002, 15:317-337.
- [12] LUO Jisheng, WANG Xinjun, ZHOU Heng. Inherent mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of plane channel flows[J]. Science in China, Ser. G, 2005,

- 48(2):228-236.
- [13] TANG Hongtao, LUO Jisheng, ZHOU Heng. The mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate[J]. Transactions of Tianjin University, 2007, 13(2):79-87.
- [14] Dinavahi S P G, Pruett C D, Zang T A. Direct numerical simulation and data analysis of a Mach 4.5 transitional boundary-layer flow[J]. Physics of Fluids, 1994, 6(3):1323-1330.
- [15] HUANG Zhangfeng, CAO Wei, ZHOU Heng. The mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate-temporal mode[J]. Science in China, Ser. G, 2005, 48(5):614-625.
- [16] Saric W S. Physical description of boundary layer transition[R]. AGARD-CP-793, 1994.
- [17] Thibert J J, Reneaux J, Schmitt V. Onera activities in drag reduction[J]. Congr. Int. Counc. Aeron. Sci. (ICAS) 1990, 17:1053-1064.
- [18] 周恒, 赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- ZHOU Heng, ZHAO Gengfu. Hydrodynamic stability [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [19] Lundbladh A, Schmid P J, Berlin S. Simulation of bypass transition in spatially evolving flows [R]. AGARD-CP 551, 1994.